

**КУРСОВА РАБОТА по ГЕОМЕТРИЯ за специалност
ИНФОРМАТИКА II курс задочно обучение**

1. За кривата $c : \vec{r} = (e^u \cos u, e^u \sin u, e^u)$ да се намери:

а) естествената параметризация;

б) дължината на дъгата, между равнините $\alpha: z = 1$ и $\beta: z = e^2$;

в) уравнението на нормалната равнина за точка $P(u = 0) \in c$.

2. Да се пресметнат кривината и торзията на следните криви:

а) $c : \vec{r} = (e^u, e^{-u}, u\sqrt{2})$ в произволна точка.

б) $c : \vec{r} = (3u - u^3, 3u^2, 3u + u^3)$ в точката $P(u = 1) \in c$.

3. Дадени са две C^0 -непрекъснати криви в точката $P(0,1)$ $\vec{f}(u) = (\cos u, \sin u)$ и $\vec{g}(v) = (-v, 1 - v^2)$, $v \in [0,1]$. Да се изследва съставната крива за C^1 -, C^2 -, G^1 -, G^2 -непрекъснатост, както и за кривинна непрекъснатост в точката на съединяване.

4. Крива на Безие $C(u)$ е зададена чрез контролните точки: $(0; 4)$, $(4; 0)$, $(-4; -4)$, $(-4; 0)$.

а) Пресметнете $C(0,25)$, като използвате полиномите на Бернщайн.

б) Пресметнете $C(0,25)$, $\dot{C}(0,25)$ и $\ddot{C}(0,25)$ чрез алгоритъма на дьо Кастелжо.

в) Пресметнете кривината на кривата на Безие в точката $u = 0,25$.

г) Нека $C^*(u)$ е друга крива на Безие, получена от $C(u)$ чрез преместване на контролната точка $(-4; -4)$ в $(0; -4)$ и запазване на другите контролни точки. Пресметнете $C^*(0,25)$ като използвате пресметнатата $C(0,25)$.

д) Повишете степента на кривата на Безие до $n = 5$ като намерите новите контролни точки.

е) Проверете дали дадената крива и кривата на Безие, дефинирана чрез контролните точки $(-4; 0)$, $(-4; 4)$, $(4; 4)$, $(4; 0)$ имат C^1 -, C^2 -, G^1 -, G^2 - и кривинна непрекъснатост.

5. Дадени са 6 контролни точки: $(0; -2)$, $(-2; -2)$, $(-2; 2)$, $(2; 2)$, $(2; -2)$ и $(0; -2)$.

а) Пресметнете $C(0,6)$ за крива на Безие, зададена чрез тези контролни точки, като използвате полиномите на Бернщайн.

б) Пресметнете $C(0,6)$, $\dot{C}(0,6)$ и $\ddot{C}(0,6)$ чрез алгоритъма на дьо Кастелжо.

в) Пресметнете кривината на кривата на Безие в точката $u = 0,6$.

г) Повишете степента на кривата на Безие до $n = 6$ като намерите новите контролни точки.

д) Изследвайте за C^1 -, C^2 -, G^1 -, G^2 - и кривинна непрекъснатост в точката $(0; -2)$.

6. Дадени са контролните точки от зад. 5 и възловата редица $u_0 = u_1 = u_2 = 0; u_3 = 0,25; u_4 = 0,5; u_5 = 0,75; u_6 = u_7 = u_8 = 1$. За дефинираната по този начин стегната Б-сплайн крива $C(u)$ от втора степен да се пресметне:

а) $C(0,6)$ като се използват основните Б-сплайн функции $N_{i,2}(0,6)$.

б) $C(0,6)$ като се използва алгоритъма на де Боор.

в) $C(0,75)$ като се използва алгоритъма на де Боор.

7. Намерете уравненията на допирателната равнина и нормалата на повърхнината S в точка M , ако:

а) $S: \vec{r}(u, u^2 - 2v, u^3 - 3uv), M(1,3,4)$;

б) $S: \vec{r}\left(u^2, \frac{\cos v}{u}, \sin v\right), M(u = 1, v = 0)$.

8. Дадена е повърхнината $S: \vec{r}(u \cos v, u \sin v, u^2)$. Намерете:

а) първата и втората основна форма на S в произволна нейна точка;

б) ъгъла между кривите C_1 и C_2 , които лежат върху повърхнината S , ако $C_1: u + 1 = v$, $C_2: u + v = 3$;

в) гаусовата и средна кривина на S в произволна нейна точка;

г) нормалната кривина на S в точка $M(u = 1, v = 2)$ по допирателното направление на кривата C_1 .

9. Дадена е повърхнината $S: \vec{r}(u^2 + v^2, u^2 - v^2, uv)$. Намерете:

а) първата и втората основна форма на S в произволна нейна точка.

б) нормалната кривина на S в точка $M(u = 1, v = 1)$ по допирателното направление на кривата $C: v = u^2$ върху S ;

в) гаусовата и средна кривина на S в произволна нейна точка.

г) асимптотичните линии през произволна точка на повърхнината и пра точка M .

10. Дадена е повърхнината на Безие от степен $(2,2)$ чрез следните 4×4 контролни точки P_{ij} :

P_{ij}	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
$i = 0$	(1, 0, 2)	(1, -1, 2)	(-1, -1, 2)	(-1, 0, 2)
$i = 1$	(-4, 0, -2)	(-4, 3, -2)	(4, 3, -2)	(4, 0, -2)
$i = 2$	(4, 0, -1)	(4, -3, -1)	(-4, -3, -1)	(-4, 0, -1)
$i = 3$	(-4, 0, 4)	(-4, 4, 4)	(4, 4, 4)	(4, 0, 4)

- а) Като използвате алгоритъма на дьо Кастелжо, изчислете координатите на точка $M(u = 0,75, v = 0,5)$ върху повърхнината на Безие.
- б) Намерете уравнението на допирателната равнина към повърхнината в точка M .
- в) Пресметнете коефициентите на първа основна форма на повърхнината в точка M .
- г) Намерете ъгъла, който сключват координатните линии в точка M .