

Глава 1

Варианти за текущ контрол

1.1 Варианти за домашна работа

1.1.1 Вариант

1.1.1.1 Нека A , B , C и D са произволни точки в пространството, а M и N са средите съответно на отсечките AC и BD . Да се докаже, че:

а) $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$;

б) средите на отсечките AB , CD и MN лежат на една права.

1.1.1.2 Спрямо ортонормирана координатна система в равнината са дадени точките $A(2, 1)$, $B(3, 2)$, $C(1, 0)$ и $D(0, 2)$. Да се определи:

а) взаимното положение на правите AB и CD и в случай, че се пресичат, да се намерят координатите на пресечната им точка;

б) ориентираното разстояние δ от точката D до правата AB .

Отговор. а) Правите AB и CD се пресичат в точката $C(1, 0)$; б) $\delta = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

1.1.1.3 Спрямо ортонормирана координатна система в равнината са дадени точката $A(4, -1)$ и правите $h : 2x - 3y + 12 = 0$ и $m : 2x + 3y = 0$, които са съответно височина и медиана, минаващи през един и същи връх на $\triangle ABC$. Да се намерят:

- а) уравнения на страните на триъгълника;
- б) мярката на вътрешния ъгъл при върха A .

Отговор. а) $h \cap m = B$, $AB : 3x + 7y - 5 = 0$,
 $BC : 9x + 11y + 5 = 0$, $CA : 3x + 2y - 10 = 0$;
 б) $\arccos\left(-\frac{23}{\sqrt{754}}\right)$.

1.1.1.4 Спрямо дясна ортонормирана координатна система в пространството са дадени кръстосаните прави

$$p : \begin{cases} 2x + 7y - 13 = 0, \\ 3y - 2z - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{и} \quad q : \begin{cases} x + y - 8 = 0, \\ 2x + y - z = 0. \end{cases}$$

Да се намерят:

- а) уравнения на оста o на правите p и q ;
- б) дължината d на оста-отсечка на p и q .

Отговор. а) $o : \begin{cases} 2x - 5y + 8z - 9 = 0, \\ x - z + 8 = 0; \end{cases}$ б) $d = 3\sqrt{6}$.